

Bài 2 ƯỚC LƯỢNG VÀ KIỂM ĐỊNH GIẢ THIẾT

Kiểm định giả thiết là một bài toán hay gặp trong thống kê. Phạm vi nghiên cứu khá rộng và về mặt lý thuyết có những vấn đề khá phức tạp nếu muốn giải quyết thật tỷ mỉ, chính xác. Trong chương này chỉ trình bày một vài bài toán kiểm định giả thiết cụ thể liên quan đến các biến định lượng. Chương sau sẽ tiếp tục kiểm định giả thiết với biến định tính. Nhưng trước hết cần giới thiệu chung về giả thiết và đối thiết và hai loại sai lầm mắc phải khi kiểm định.

1- Giả thiết và đối thiết

Khi khảo sát một tổng thể (hoặc nhiều tổng thể) và xem xét một (hoặc nhiều) biến ngẫu nhiên có thể đưa ra một giả thiết nào đó liên quan đến phân phối của biến ngẫu nhiên hoặc nếu biết phân phối rồi thì đưa ra giả thiết về tham số của tổng thể. Để có thể đưa ra một kết luận thống kê nào đó đối với giả thiết thì phải chọn mẫu ngẫu nhiên, tính tham số mẫu, chọn mức ý nghĩa α sau đó đưa ra kết luận.

Bài toán kiểm định tham số $B \in \Theta$ của phân phối có dạng $H_0 : \Theta = \Theta_0$ với Θ_0 là một số đã cho nào đó. Kết luận thống kê có dạng: “chấp nhận H_0 ” hay “bác bỏ H_0 ”. Nhưng nếu đặt vấn đề như vậy thì cách giải quyết hết sức khó vì nếu không chấp nhận $H_0 : \Theta = \Theta_0$ thì điều đó có nghĩa là có thể chấp nhận một trong vô số Θ khác Θ_0 , do đó thường đưa ra bài toán dưới dạng cụ thể hơn nữa: cho giả thiết H_0 và đối thiết H_1 , khi kết luận thì hoặc chấp nhận H_0 hoặc bác bỏ H_0 , và trong trường hợp này, tuy không hoàn toàn tương đương, nhưng coi như chấp nhận đối thiết H_1 .

Nếu chấp nhận H_0 trong lúc giả thiết đúng là H_1 thì mắc **sai lầm loại hai** và xác suất mắc sai lầm này được gọi là rủi ro loại hai β . Ngược lại nếu bác bỏ H_0 trong lúc giả thiết đúng chính là H_0 thì mắc **sai lầm loại một** và xác suất mắc sai lầm đó gọi là rủi ro loại một α .

Quyết định Giả thiết	Bác bỏ H_0	Chấp nhận H_0
H_0 đúng	<i>sai lầm loại 1 α</i>	<i>Quyết định đúng</i>
H_0 sai	<i>Quyết định đúng</i>	<i>Sai lầm loại 2 β</i>

Như vậy trong bài toán kiểm định giả thiết luôn luôn có hai loại rủi ro, loại một và loại hai, tùy vấn đề mà nhấn mạnh loại rủi ro nào. Thông thường người ta hay tập trung chú ý vào **sai lầm loại một** và khi kiểm định phải khống chế sao cho **rủi ro loại một** không vượt quá một mức α gọi là **mức ý nghĩa**.

Trước hết xem xét cụ thể bài toán kiểm định giả thiết $H_0: \Theta = \Theta_0$, đối thiết $H_1: \Theta = \Theta_1$ với Θ_1 là một giá trị khác Θ_0 . Đây là bài toán kiểm định giả thiết đơn.

Quy tắc kiểm định căn cứ vào hai giá trị cụ thể Θ_1 và Θ_0 , vào mức ý nghĩa α và còn căn cứ vào cả sai lầm loại hai. Việc này về lý thuyết thống kê không gặp khó khăn gì.

Sau đó mở rộng quy tắc sang cho bài toán kiểm định giả thiết kép

$H_1: \Theta \neq \Theta_0$; $\Theta > \Theta_0$ hoặc $\Theta < \Theta_0$, việc mở rộng này có khó khăn nhưng các nhà nghiên cứu lý thuyết xác suất thống kê đã giải quyết được do đó về sau khi kiểm định giả thiết $H_0: \Theta = \Theta_0$ có thể chọn một trong 3 đối thiết H_1 sau:

$H_1: \Theta \neq \Theta_0$ gọi là đối thiết hai phía.

$H_1: \Theta > \Theta_0$ gọi là đối thiết phải.

$H_1: \Theta < \Theta_0$ gọi là đối thiết trái.

Hai đối thiết sau gọi là đối thiết một phía.

Việc chọn đối thiết nào tùy thuộc vấn đề khảo sát cụ thể. Trong phạm vi tài liệu này chỉ đề cập đến đối thiết hai phía hay còn gọi là hai đuôi.

2 - Ước lượng giá trị trung bình μ của biến phân phối chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$.

a- Ước lượng μ khi biết phương sai σ^2

Dựa vào lý thuyết xác suất có thể đưa ra ước lượng μ theo các bước sau đây:

- + Chọn mẫu dung lượng n , tính trung bình cộng $\bar{x}$
- + Ở mức tin cậy P đã cho lấy $\alpha = 1 - P$, sau đó tìm giá trị tới hạn $u(\alpha/2)$ trong bảng 2 (hàm $\Phi(t)$ tìm u sao cho $\Phi(u) = 1 - \alpha/2$)
- + Khoảng tin cậy đối xứng ở mức tin cậy P :

$$\bar{x} - u(\alpha/2) \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + u(\alpha/2) \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Thí dụ 1 Trọng lượng bao thức ăn gia súc phân phối chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$ với $\sigma = 1,5$. Cân thử 25 bao được trọng lượng trung bình $\bar{x} = 49\text{kg}$. Hãy ước lượng kỳ vọng μ với mức tin cậy $P = 0,95$ $u(0,025) = 1,96$

$$49 - 1,96 \frac{1,5}{\sqrt{25}} \leq \mu \leq 49 + 1,96 \frac{1,5}{\sqrt{25}}$$

$$49 - 0,588 \leq \mu \leq 49 + 0,588$$

$$48,41\text{kg} \leq \mu \leq 49,59 \text{ kg}$$

b- Ước lượng μ khi không biết phương sai σ^2

Dựa vào phân phối Student có thể đưa ra ước lượng μ theo các bước sau đây:

- + Chọn mẫu dung lượng n , tính trung bình cộng $\bar{x}$ độ lệch chuẩn s .
- + Ở mức tin cậy P lấy $\alpha = 1 - P$, tìm giá trị tới hạn $t(\alpha/2, n-1)$ trong bảng 3, cột $\alpha/2$, dòng $n-1$
- + Khoảng tin cậy đối xứng ở mức tin cậy P :

$$\bar{x} - t(\alpha/2, n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t(\alpha/2, n-1) \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Thí dụ 2

Cân 22 con gà được $\bar{x} = 3,03$, $s^2 = 0,0279$.

Hãy ước lượng μ với mức tin cậy $P = 0,98$.

$$\alpha = 1 - P = 0,02 \quad \alpha/2 = 0,01 \quad t(0,01,21) = 2,518$$

$$3,03 - 0,089 \leq \mu \leq 3,03 + 0,089$$

$$2,94\text{kg} \leq \mu \leq 3,12 \text{ kg}$$

3 Kiểm định giá trị trung bình μ của biến phân phối chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$.

a- Kiểm định giả thiết $H_0: \mu = \mu_0$ khi biết σ^2

Tiến hành các bước sau:

- + Chọn mẫu dung lượng n , tính trung bình cộng $\bar{x}$
 - + Chọn mức ý nghĩa α , tìm giá trị tới hạn $u(\alpha/2)$ trong bảng 2.
- (Nếu kiểm định một phía thì tìm $u(\alpha)$)

$$+ \text{ Tính giá trị thực nghiệm } U_m = \frac{(\bar{x} - \mu_0)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{(\bar{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{\sigma}$$

Kết luận:

Với $H_1: \mu \neq \mu_0$ (Kiểm định hai phía)

Nếu $|U_m|$ (giá trị tuyệt đối của U_m) nhỏ hơn hay bằng $u(\alpha/2)$ thì chấp nhận H_0 nếu ngược lại thì bác bỏ H_0 , tức là chấp nhận H_1 .

Với $H_1: \mu > \mu_0$ (Kiểm định một phía)

Nếu U_m nhỏ hơn hay bằng giá trị tới hạn $u(\alpha)$ thì chấp nhận H_0 , ngược lại thì chấp nhận H_1 .

Với $H_1: \mu < \mu_0$ (Kiểm định một phía)

Nếu U_m lớn hơn hay bằng giá trị tới hạn $-u(\alpha)$ thì chấp nhận H_0 , ngược lại thì chấp nhận H_1 .

Thí dụ 3

Nuôi 100 con lợn theo một chế độ ăn riêng, sau 4 tháng tăng trọng trung bình là 30 kg, giả thiết tăng trọng phân phối chuẩn $N(\mu, 25)$, hãy kiểm định giả thiết $H_0: \mu = 32$ đối thiết $H_1: \mu \neq 32$ ở mức $\alpha = 0,05$.

$$U_m = \frac{(30 - 32)\sqrt{100}}{5} = -4$$

$$|U_m| = 4; \quad u(0,025) = 1,96$$

Kết luận: Bác bỏ H_0 , như vậy tăng trọng trung bình không phải là 32 kg.

Thí dụ 4

Khảo sát 64 gia đình tìm được mức chi tiêu trung bình của mỗi gia đình là 2,06 triệu đồng/ tháng. Giả sử mức chi tiêu của một gia đình phân phối chuẩn $N(\mu, 0,09)$, hãy kiểm định giả thiết $H_0: \mu = 2$ đối thiết $H_1: \mu > 2$ ở mức $\alpha = 0,05$

$$U_m = \frac{(2,06 - 2)\sqrt{64}}{0,3} = 1,6$$

$$U_m = 1,6; \quad u(0,05) = 1,645$$

Kết luận: Chấp nhận H_0 : mức chi tiêu trung bình của một gia đình là 2 triệu đồng / tháng.

b- Kiểm định giả thiết $H_0: \mu = \mu_0$ khi không biết σ^2

Đây là trường hợp phổ biến khi kiểm định giá trị trung bình của phân phối chuẩn. Tiến hành các bước sau:

+ Lấy mẫu, tính $\bar{x}$ và s^2

+ Tính giá trị T thực nghiệm $T_m = \frac{(\bar{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{s}$

+ Tìm giá trị tới hạn $t(\alpha/2, n-1)$ trong bảng 3.
(nếu kiểm định 2 phía thì tìm $t(\alpha, n-1)$)

Kết luận:

Với $H_1: \mu \neq \mu_0$ (Kiểm định hai phía)

Nếu $|T_m|$ (giá trị tuyệt đối của T_m) $\leq t(\alpha/2, n-1)$ thì chấp nhận H_0 nếu ngược lại thì bác bỏ H_0 , tức là chấp nhận H_1

Với $H_1: \mu > \mu_0$ (Kiểm định một phía)

Nếu $T_m \leq t(\alpha, n-1)$ thì chấp nhận H_0 , ngược lại thì chấp nhận H_1

Với $H_1: \mu < \mu_0$ (Kiểm định một phía)

Nếu $T_m \geq -t(\alpha, n-1)$ thì chấp nhận H_0 , ngược lại thì chấp nhận H_1 .

Thí dụ 5

Thời gian mang thai của bò phân phối chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$. Theo dõi 6 con được các số liệu

307 293 293 283 294 297

Kiểm định giả thiết $H_0: \mu = 285$ ngày đối thiết $H_1: \mu \neq 285$

$$\text{Tính } \bar{x} = \frac{(307 + 293 + 293 + 283 + 294 + 297)}{6} = \frac{1767}{6} = 294,5$$

$$s^2 = \frac{((307^2 + 293^2 + 293^2 + 283^2 + 294^2 + 297^2) - \frac{1767^2}{6})}{5} = 59,9$$

$$s = \sqrt{59,9} = 7,7395 \approx 7,74$$

$$T_m = \frac{(294,5 - 285)}{7,74} \times \sqrt{6} = \frac{9,5}{3,16} = 3,007$$

$$t = t(0,025, 5) = 2,571$$

Kết luận: Vì $|T_m| > t$ nên bác bỏ H_0 như vậy thời gian mang thai không phải 285 ngày

Thí dụ 6

Trong điều kiện chăn nuôi bình thường lượng sữa trung bình của một con bò là 19 kg / ngày. Trong một đợt hạn người ta theo dõi 25 con bò và được lượng sữa trung bình 17,5 kg/ ngày, độ lệch chuẩn $s = 2,5$ kg. Giả thiết lượng sữa phân phối chuẩn, hãy kiểm định giả thiết $H_0: \mu = 19$ với đối thiết $\mu < 19$ ở mức $\alpha = 0,05$.

$$T_m = \frac{(17,5 - 19)\sqrt{25}}{2,5} = -3; \quad t(0,05; 24) = 1,711$$

Kết luận: $T_{\text{tn}} < -1,711$ nên bác bỏ H_0 , như vậy trọng lượng sữa trung bình không còn là 19 kg /ngày nữa mà thấp hơn.

Toàn bộ phần này có thể dùng Excel để tính các thống kê như trung bình cộng, phương sai, độ lệch chuẩn, các trị thực nghiệm U_{tn} và T_{tn} và tra cứu các trị tới hạn $u(\alpha/2)$, $t(\alpha, n-1)$ (hàm Normsin(1- $\alpha/2$) và hàm Tinv($\alpha, n-1$)).

4- So sánh hai trung bình của hai biến chuẩn

Giả sử biến X trên tổng thể thứ nhất có phân phối chuẩn $N(m_X, \sigma_X^2)$, trên tổng thể thứ hai Y có phân phối chuẩn $N(m_Y, \sigma_Y^2)$. Từ tổng thể thứ nhất lấy mẫu gồm n_1 cá thể, từ tổng thể thứ hai lấy mẫu gồm n_2 cá thể.

Tùy cách chọn mẫu theo cặp hay chọn mẫu độc lập mà có 2 cách xử lý.

4.1 So sánh hai trung bình khi lấy mẫu theo cặp

(Kiểm định giả thiết $H_0: m_X = m_Y$)

Khi lấy mẫu theo cặp ta có dung lượng 2 mẫu bằng nhau: $n_X = n_Y = n$ và các số liệu tạo thành n cặp (x_i, y_i) . Các cặp này có nguồn gốc tự nhiên thí dụ khi lấy mẫu n tổ chim bồ câu với x_i là trọng lượng chim đực, y_i là trọng chim cái, khi lấy mẫu n gia đình với x_i là chiều cao của cậu con trai, y_i là chiều cao của cô con gái, khi lấy mẫu n bệnh nhân với x_i là một chỉ số sinh học đo trước khi dùng thuốc còn y_i là chỉ số đo sau khi dùng thuốc, cũng có khi các cặp này là các số liệu đo được khi bố trí thí nghiệm theo kiểu: đối chứng - kiểm định, thí dụ so sánh giống ngô nhập nội (kiểm định) và ngô địa phương (đối chứng) ta chia đôi mỗi mảnh ruộng thí nghiệm ra thành hai nửa, một nửa trồng giống đối chứng, một nửa trồng giống kiểm định.

Để kiểm định giả thiết $H_0: m_1 = m_2$ ta chuyển bài toán hai tham số m_1, m_2 về bài toán một tham số bằng cách xét hiệu số $D = Y - X$, ta được n số $d_i = y_i - x_i$, từ đó tính 2 số đặc trưng

trung bình $\bar{d}$ và phương sai mẫu s_d^2 , tiếp theo là tính $T_{\text{tn}} = \frac{\bar{d}}{s_d}$ rồi so với $T_{\text{lt}} = t(\alpha/2, n-1)$

nếu kiểm định hai phía, hoặc $t(\alpha, n-1)$ nếu kiểm định một phía, để rút ra kết luận chấp nhận H_0 hoặc bác bỏ H_0 (chấp nhận giả thiết đối lập).

Giả thiết 2 phía $H_0: m_X = m_Y$ Đối thiết $H_1: m_X \neq m_Y$

Nếu $\text{abs}(T_{\text{tn}}) \leq t(\alpha/2, n-1)$ Chấp nhận H_0 . Nếu $\text{abs}(T_{\text{tn}}) > t(\alpha/2, n-1)$ thì bác bỏ H_0

Giả thiết một phía $H_0: m_1 = m_2$ Đối thiết $H_1: m_X > m_Y$

Nếu $T_{\text{tn}} \leq t(\alpha, n-1)$ Chấp nhận H_0 . Nếu $T_{\text{tn}} > t(\alpha, n-1)$ thì bác bỏ H_0

Nếu vào Data Analysis thì chọn T -test paired two sample for means:

Thí dụ 1

X	Y	D	t-Test: Paired Two Sample for Means		
75	105	30		Y	X
90	90	0	Mean (trung bình)	92.08333	75.83333
85	105	20	Variance (Phương sai)	238.447	171.9697
65	85	20	Observations	12	12
60	100	40	(Số quan sát)		
65	90	25	Pearson Correlation	0.596712	
100	105	5	(Hệ số tương quan r_{XY})		
75	80	5	Hypothesized Mean	0	
60	55	-5	Difference		
85	105	20	(Giả thiết về hiệu $m_X m_Y$)		
85	105	20	df (Bậc tự do)	11	
65	80	15	t Stat (T_m T thực nghiệm)	4.333333	
Số quan sát	n	2	P($T \leq t$) one-tail	0.000594	
Trung bình	mD	47.5	(Xác suất $T < T_m$ 1 phía)		
Độ lệch chuẩn	sD	45.961	t Critical one-tail	1.795884	
T lý thuyết	T	2.201	(T_{lt} T lý thuyết 1 phía)		
(hai phía)			P($T \leq t$) two-tail	0.001188	
T lý thuyết một	T	1,7959	(Xác suất $T < T_m$ 2 phía)		
phía			t Critical two-tail	2.200986	
T thực nghiệm	T _{tn}	4.3333	(T_{lt} T lý thuyết 2 phía)		

Trong khai báo của Data Analysis chọn dãy nào khai trước, dãy nào khai sau cũng được nhưng phải cẩn thận khi rút ra kết luận trong trường hợp kiểm định một phía.

4.2 So sánh hai trung bình khi rút mẫu độc lập

Khi lấy mẫu độc lập chúng ta tính các số trung bình $\bar{x}$ và $\bar{y}$ và các phương sai mẫu s_x^2 và s_y^2 sau đó chia ra hai trường hợp: mẫu lớn và mẫu nhỏ.

a/ Trường hợp mẫu lớn : $n_x \geq 30$ $n_y \geq 30$ tính U_m theo công thức sau:

$$U_m = \frac{(ytb - xtb)}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n_x} + \frac{s_y^2}{n_y}}} \text{ sau đó so với } U_{lt} \text{ tính theo hàm Laplace } \Phi(x)$$

Nếu kiểm định hai phía thì chọn $U_m = u(\alpha/2)$ căn cứ vào phương trình $\Phi(u) = 1 - \alpha/2$

Nếu kiểm định một phía thì chọn $U_m = u(\alpha)$ căn cứ vào phương trình $\Phi(u) = 1 - \alpha$

(P là mức tin cậy của kết luận thống kê, $P = 1 - \alpha$ với α là mức ý nghĩa)

Các giá trị U_m có thể tìm được qua hàm định sẵn Normsinv của Excel

So sánh U_m và U_{lt} để quyết định chấp nhận H_0 hay bác bỏ H_0

Trường hợp hai phía nếu $\text{abs}(U_m) \leq u(\alpha/2)$ thì chấp nhận H_0 , ngược lại thì bác bỏ.

Trường hợp một phía nếu $U_m \leq u(\alpha)$ thì chấp nhận H_0 , nếu ngược lại thì bác bỏ.

b/ Mẫu nhỏ: Trường hợp này lại chia làm hai: Trường hợp hai phương sai bằng nhau và trường hợp hai phương sai khác nhau.

So sánh hai phương sai (Kiểm định giả thiết $H_0: \sigma_x^2 = \sigma_y^2$)

Khi có phương sai mẫu s_x^2 với $df_x = (n_x - 1)$ bậc tự do và s_y^2 với $df_y = (n_y - 1)$ bậc tự do ta lấy số to chia cho số nhỏ, thí dụ s_x^2 to hơn, tính $F_m = s_x^2 / s_y^2$ sau đó so với $F_{lt} = F(\alpha, df_1, df_2)$ lấy trong bảng Fisher Snedecor (Có thể tính F_{lt} bằng hàm Finv (α, df_1, df_2)). Nếu $F_m \leq F_{lt}$ thì chấp nhận giả thiết H_0 : Hai phương sai bằng nhau, nếu $F_m > F_{lt}$ thì bác bỏ giả thiết hai phương sai bằng nhau. Nếu vào Data Analysis thì chọn F-test two sample for variances.

x	y
27.5	27.9
27	27.2
27.3	26.5
27.6	26.3
27.8	27
	27.4
	27.3
	26.8

F-Test Two-Sample for Variances		
	x	y
Mean	27.35	27.05
Variance	0.07	0.265714
Observations	4	8
df	3	7
F	0.263441	
P(F<=f) one-tail	0.933581	
F Critical one-tail	0.230052	

Ở đây lấy phương sai đầu (dãy X) chia cho phương sai sau (dãy Y) được giá trị $F_{tn} = 0,2634$ nhỏ hơn 1. Trong trường hợp này vì giá trị tới hạn $F_{lt} = 0,2300$ nhỏ hơn F_{tn} nên chấp nhận H_0 .

Nếu đổi vị trí khai báo 2 dãy X và Y ta có kết quả như bảng bên. Ở đây F_{tn} lớn hơn 1. So sánh với F_{lt} ta có $F_{tn} < F_{lt}$

df	7	3
Ftn	2,857143	
p(F <= f)	0,163554	
F-critical	6,04921	

Kết luận: chấp nhận H_0

b1- Trường hợp hai phương sai bằng nhau

Giả thiết $H_0 : m_x = m_y$ đối thiết $H_1 : m_x \neq m_y$ được giải quyết như sau:

Tính phương sai chung $s_c^2 = ((n_x - 1) s_x^2 + (n_y - 1) s_y^2) / (n_x + n_y - 2)$

Tính $T_{tn} = (\bar{y} - \bar{x}) / (s_c \sqrt{n_x + n_y - 2})$

so abs(T_{tn}) với $T_{lt} = t(\alpha/2, n_x + n_y - 2)$ (hai phía) hay $T_{lt} = t(\alpha, n_x + n_y - 2)$ (một phía) từ đó rút ra kết luận chấp nhận hay bác bỏ H_0

b2- Trường hợp hai phương sai khác nhau

$$\text{Tính } T_{tn} = (\bar{y} - \bar{x}) / \sqrt{\frac{s_x^2}{n_x} + \frac{s_y^2}{n_y}}$$

Nếu mẫu lớn ($n_x \geq 30, n_y \geq 30$) thì so T_{tn} với giá trị U_{lt} của hàm chuẩn tắc

Nếu mẫu nhỏ thì tính $T_{lt} = t(\alpha, df)$ (hai phía) hay $T_{lt} = t(2\alpha, df)$ (một phía)

với bậc tự do df tính gần đúng theo cách sau:

$$\text{Tính } v_x = s_x^2 / n_x \quad v_y = s_y^2 / n_y$$

$$\text{Tính } (v_x + v_y)^2 / (v_x^2 / (n_x - 1) + v_y^2 / (n_y - 1)). \text{ Quy tròn được } df$$

$$\text{Thí dụ: } s_x^2 = 0.67 \quad n_x = 4 \quad s_y^2 = 17.71 \quad n_y = 8$$

$$v_x = 0.67 / 4 = 0.17 \quad v_y = 17.71 / 8 = 2.21 \quad v_x + v_y = 2.38$$

$$2,38^2 / (0.17^2 / 3 + 2.21^2 / 7) \approx 8 \text{ vậy bậc tự do } df \text{ là } 8$$

Thí dụ 2	X	Y	Thí dụ 3	X	Y
	27.5	27.9		25	23
	27	27.2		24	18
	27.3	26.5		25	22
	27.6	26.3		26	28
	27.8	27			17
		27.4			25
		27.3			19
		26.8			16
Mẫu 1	n1	5	n1	4	
Mẫu 2	n2	8	n2	8	
T bình 1	m1	27.44	m1	25	
T bình 2	m2	27.05	m2	21	
Phương sai 1	s_1^2	0.093	s_1^2	0.666667	
Phương sai 2	s_2^2	0.26571	s_2^2	17.71429	
F thực nghiệm	Ftn	2.85714	Ftn	26.57143	
F lý thuyết	Flt	6.09421	Flt	8.88673	
KL hai phương sai bằng nhau			KL Hai phương sai khác nhau		
P sai chung	S chung	0.20290	v1	0.166667	
Bậc tự do		11	v2	2.21428	
T thực nghiệm	Ttn	1.5187	df	7.987828	
Tlt 2 phía	2.20098		Ttn	2.5922	
Tlt 1 phía	1.79588		Tlt 2 phía	2.3060	
			Tlt 1 phía	1.8595	

Vào Data analysis T-test two sample assuming equal variances cho thí dụ 2

t-Test: Two-Sample Assuming Equal Variances

Input

Variable 1 Range:

Variable 2 Range:

Hypothesized Mean Difference:

☒ Labels

Alpha:

Output options

☒ Output Range:

☐ New Worksheet Ply:

☐ New Workbook

OK Cancel Help

T-test two sample assuming unequal variances cho thí dụ 3

t-Test: Two-Sample Assuming Unequal Variances

Input

Variable 1 Range:

Variable 2 Range:

Hypothesized Mean Difference:

☒ Labels

Alpha:

Output options

☒ Output Range:

☐ New Worksheet Ply:

☐ New Workbook

OK Cancel Help

T-test two sample asuming equal variance			T-test two sample asuming unequal variace		
	X	Y		X	Y
Mean	27.44	27.05	Mean	25	21
Variance	0.093	0.26571	Variance	0.666667	17.71429
Observations	5	8	Observations	4	8
Pooled Variance	0.20290		Hypothesized	0	
Hypothesized Mean Difference	0		Mean Difference		
df	11		df	8	
t Stat	1.51870		t Stat	2.592296	
P(T<=t) one-tail	0.07852		P(T<=t) one-tail	0.015999	
t Critical one-tail	1.79588		t Critical one-tail	1.859548	
P(T<=t) two-tail	0.15704		P(T<=t) two-tail	0.031999	
t Critical two-tail	2.20098		t Critical two-tail	2.306006	

Mở tệp Baitap2. So sánh mẫu độc lập. So trung bình của 2 biến Group A và Group B

Chọn F-test two samples for variances

F-Test Two-Sample for Variances

Input

Variable 1 Range:

Variable 2 Range:

☒ Labels

Alpha:

Output options

☒ Output Range:

☐ New Worksheet Ply:

☐ New Workbook

OK Cancel Help

F-Test Two-Sample for Variances			
		Group A	Group B
Mean		196.175	153.7
Variance		112.7002	151.3243
Observations		12	15
df		11	14
F		0.74476	
P(F<=f) one-tail		0.315596	
F Critical one-tail		0.365144	

Kết luận: Hai phương sai bằng nhau

Tiếp theo so sánh mẫu độc lập khi phương sai bằng nhau

t-Test: Two-Sample Assuming Equal Variances

Input

Variable 1 Range:

Variable 2 Range:

Hypothesized Mean Difference:

☒ Labels

Alpha:

Output options

☒ Output Range:

☐ New Worksheet Ply:

☐ New Workbook

OK Cancel Help

Kết quả

t-Test: Two-Sample Assuming Equal Variances			
		Group A	Group B
Mean		196.175	153.7
Variance		112.7002	151.3243
Observations		12	15
Pooled Variance		134.3297	
Hypothesized Mean Difference		0	
df		25	
t Stat		9.462409	
P(T<=t) one-tail		4.83E-10	
t Critical one-tail		1.708141	
P(T<=t) two-tail		9.66E-10	
t Critical two-tail		2.059539	

Kết luận: Vì T-stat > T critical two tail nên bác bỏ $H_0: m_1 = m_2$ Chấp nhận $H_1: m_1 \neq m_2$

Chọn 2 biến Ration A và Ration B để so sánh mẫu theo cặp

Kết quả

t-Test: Paired Two Sample for Means			
		<i>Ration A</i>	<i>Ration B</i>
Mean		1.038667	1.128667
Variance		0.017827	0.012755
Observations		15	15
Pearson Correlation		0.632721	
Hypothesized Mean Difference		0	
df		14	
t Stat		-3.25042	
P(T<=t) one-tail		0.002904	
t Critical one-tail		1.76131	
P(T<=t) two-tail		0.005808	
t Critical two-tail		2.144787	

Kết luận: Vì $\text{abs}(T_{\text{tn}}) > T \text{ critical two tail}$ nên bác bỏ $H_0: m_1 = m_2$ Chấp nhận $H_1: m_1 \neq m_2$