

BÀI 4 THÍ NGHIỆM HAI NHÂN TỐ

I- NỘI DUNG

Giả sử có 2 nhân tố, nhân tố A có a mức, nhân tố B có b mức, mỗi công thức thí nghiệm là một tổ hợp $A_i B_j$.

Nếu chỉ so sánh các công thức thì có thể xem xét tác động chung của hai nhân tố và dùng các kiểu bố trí thí nghiệm một nhân tố với **axb** mức ở chương 3.

Nếu muốn khảo sát ảnh hưởng riêng của từng nhân tố A, B và tương tác giữa hai nhân tố $A \times B$ thì phải bố trí thí nghiệm hai nhân tố (two factors) hay còn gọi là hai cách sắp xếp (two way classification).

Có 4 kiểu bố trí thí nghiệm hai nhân tố: Trục giao (Orthogonal) hay chéo nhau (Crossed); Phân cấp (Hierarchical) hay chia ổ (Nested); Chia ô (Split plot); Chia băng (Strip plot hay Criss cross).

Mỗi kiểu bố trí được mô hình hoá kèm theo cách phân tích phương sai tương tự như trường hợp một nhân tố.

Hai nhân tố trong chương này được coi là cố định (Fixed). Số lần lặp của công thức bằng nhau.

a- HAI NHÂN TỐ CHÉO NHAU HAY TRỤC GIAO (Crossed hay Orthogonal)

Kiểu bố trí hoàn toàn ngẫu nhiên (CRD).

Nhân tố A có a mức, ký hiệu là $A_1, A_2, \dots, A_a$, nhân tố B có b mức $B_1, B_2, \dots, B_b$

Mỗi công thức là một tổ hợp $A_i B_j$ được lặp lại r lần. Tất cả có $n = abr$ ô thí nghiệm.

Nếu bố trí kiểu hoàn toàn ngẫu nhiên (CRD) thì phải dùng n phiếu, bắt thăm r phiếu để bố trí công thức $A_1 B_1$, sau đó bắt thăm r phiếu để bố trí công thức $A_1 B_2, \dots$, r phiếu cuối cùng dành cho công thức $A_a B_b$.

a1- Sắp xếp số liệu

Nhân tố A	Nhân tố B				Tổng $T A_i$
	B1	B2	...	B _b	
A_1	X_{111}	X_{121}		X_{1b1}	
	X_{112}	X_{122}		X_{1b2}	
	...	...		...	
	X_{11r}	X_{12r}		X_{1br}	

	TAB₁₁	TAB₁₂		TAB_{1b}	TA₁
A₂	X ₂₁₁	X ₂₂₁		X _{2b1}	
	X ₂₁₂	X ₂₂₂		X _{2b2}	
					
	X _{21r}	X _{22r}		X _{2br}	
	TAB₂₁	TAB₂₂		TAB_{2b}	TA₂
A_a					
	X _{a11}	X _{a21}		X _{ab1}	
	X _{a12}	X _{a22}		X _{ab2}	
					
	X _{a1r}	X _{a2r}		X _{abr}	
	TAB_{a1}	TAB_{a2}		TAB_{ab}	TA_a
Tổng TB_j	TB₁	TB₂		TB_b	ST

a2- Mô hình toán học

Gọi x_{ijk} là kết quả thí nghiệm tại mức A_i của nhân tố A, mức B_j của nhân tố B và lần lặp k

$$x_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + e_{ijk}$$

μ là trung bình chung, α_i là phần chênh lệch so với trung bình chung do tác động của mức A_i của nhân tố A, β_j là phần chênh lệch so với trung bình chung do tác động của mức B_j của nhân tố B, $(\alpha\beta)_{ij}$ là phần chênh lệch so với trung bình chung do tương tác của hai mức A_i và B_j (sau khi trừ đi tác động của A_i và tác động của B_j)

e_{ijk} là sai số ngẫu nhiên, giả thiết độc lập, phân phối chuẩn $N(0, \sigma^2)$

a3- Công thức tính (Chỉ đúng khi số lần lặp bằng nhau)

Phương pháp **phân tích phương sai hai nhân tố** (two way anova) được tiến hành tương tự như đối với một nhân tố.

Trước hết tính tổng bình phương chung SSTO, sau đó tách thành 4 tổng bình phương: tổng bình phương do nhân tố A SSA, tổng bình phương do nhân tố B SSB, tổng bình phương do tương tác A x B SSAB, phần còn lại là tổng bình phương do sai số SSE. Bậc tự do chung df_{TO} cũng được tách thành 4 bậc tự do: bậc tự do df_A cho SSA, bậc tự do df_B cho SSB, bậc tự do df_{AB} cho SSAB, phần còn lại là bậc tự do df_E cho SSE.

Tính các tổng bình phương và các bậc tự do như sau:

Tổng số ô thí nghiệm $n = abr$

Tổng tất cả các số liệu $ST = \sum_i \sum_j \sum_k x_{ijk}$

Số điều chỉnh $G = ST^2 / n$

Tổng các số liệu trong các ô $A_i \times B_j$ $TAB_{ij} = \sum_{k=1}^r x_{ijk}$ (tổng với mọi $k = 1, r$)

Tổng các số liệu ứng với mức A_i $TA_i = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r x_{ijk}$ (tổng với mọi $k=1, r; j=1, b$)

Tổng các số liệu ứng với mức B_j $TB_j = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^r x_{ijk}$ (tổng với mọi $k=1, r; i=1, a$)

Tổng bình phương toàn bộ $SSTO = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r x_{ijk}^2 - G$ (tổng với mọi $i=1, a$
 $j=1, b; k=1, r$)

Tổng bình phương do nhân tố A $SSA = \sum_{i=1}^a TA_i^2 / br - G$ (tổng với mọi $i=1, a$)

Tổng bình phương do nhân tố B $SSB = \sum_{j=1}^b TB_j^2 / ar - G$ (tổng với mọi $j=1, b$)

Tổng bình phương do tương tác $SSAB = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b TAB_{ij}^2 / r - G - SSA - SSB$
(tổng với mọi $i=1, a; j=1, b$)

Tổng bình phương do sai số $SSE = SSTO - SSA - SSB - SSAB$

Bậc tự do của SSTO $dfTO = abr - 1$ Bậc tự do của SSA $dfA = a - 1$

Bậc tự do của SSB $dfB = b - 1$ Bậc tự do của SSAB $dfAB = (a - 1)(b - 1)$

Bậc tự do của SSE $dfE = dfTO - dfA - dfB - dfAB = ab(r - 1)$

Tổng bình phương trung bình $msA = SSA / dfA$

$msB = SSB / dfB$

$msAB = SSAB / dfAB$

$msE = se^2 = SSE / dfE$

Các giá trị F thực nghiệm để kiểm định giả thiết:

$F_{tnA} = msA / msE$

$F_{tnB} = msB / msE$

$F_{tnAB} = msAB / msE$

Các giá trị F_{lt} tới hạn (ngưỡng) để so sánh

$F_{ltA} = F(\alpha, dfA, dfE)$

$F_{ltB} = F(\alpha, dfB, dfE)$

$F_{ltAB} = F(\alpha, dfAB, dfE)$

Tóm tắt kết quả vào trong bảng:

Bảng phân tích phương sai (Anova table)

Nguồn biến động	Bậc tự do	Tổng bình phương	Bình phương trung bình	F _{tn}	F _{lt}
Nhân tố A	dfA a - 1	SSA	msA = SSA/dfA	F _{tnA} = msA/ msE	F(α,dfA, dfE)
Nhân tố B	dfB b-1	SSB	msB = SSB/dfB	F _{tnB} = msB/msE	F(α,dfB, dfE)
Tương tác A x B	dfAB (a-1)(b-1)	SSAB	msAB = SSAB/ dfAB	F _{tnAB} = msAB/ msE	F(α,dfAB,dfE)
Sai số E	dfE ab(r -1)	SSE	msE = se ² = SSE/ dfE		
Toàn bộ	dfTO abr - 1	SSTO			

a4- Kiểm định giả thiết

Có 3 giả thiết được đưa ra:

H_{0A}: “Tất cả các α_i đều bằng không” đối thiết H_{1A}: “Có α_i khác không”.

Như vậy nếu chấp nhận giả thiết H_{0A} tức là chấp nhận giả thiết “Các mức A_i của nhân tố A cho kết quả trung bình như nhau (hay không khác nhau rõ rệt)” còn chấp nhận H_{1A} là chấp nhận giả thiết “Các mức A_i của nhân tố A cho kết quả trung bình không phải như nhau”

Các kết luận trên đều là kết luận thống kê có mức tin cậy P, còn α trong F_{lt} là mức ý nghĩa α = 1 - P.

So F_{tnA} với F_{ltA} ta có kết luận: Nếu F_{tnA} ≤ F_{ltA} chấp nhận H_{0A}

Nếu F_{tnA} > F_{ltA} bác bỏ H_{0A}, tức là chấp nhận H_{1A}

Đối với các giả thiết về B và AB ta có các cách so sánh và kết luận tương tự.

Giả thiết H_{0B}: “Tất cả các β_j đều bằng không” đối thiết H_{1B}: “Có β_j khác không”

So sánh F_{tnB} và F_{ltB} để kết luận.

Giả thiết H_{0AB}: “Tất cả các (αβ)_{ij} đều bằng không” đối thiết H_{1AB}: “Có (αβ)_{ij} khác không”. So sánh F_{tnAB} với F_{ltAB} để kết luận.

a5- Hai nhân tố chéo nhau kiểu bố trí khối ngẫu nhiên đầy đủ (RCBD)

Bố trí thí nghiệm 2 nhân tố kiểu CRD đơn giản và dễ phân tích nhưng số lượng ô thí nghiệm n lớn do đó đối với hai nhân tố thường bố trí kiểu RCBD, tức là bố trí theo khối ngẫu nhiên đầy đủ, mỗi khối chứa đủ **axb** công thức A_iB_j và chỉ bắt thăm ngẫu nhiên trong từng khối. Lúc này chỉ số k trong x_{ijk} không phải là **lần lặp** mà là **khối**.

Bảng phân tích phương sai thêm dòng khối có bậc tự do $df_K = r - 1$

Tổng bình phương do khối $SSK = \sum TK_k^2 / ab - G$ với $k = 1, r$

Tổng bình phương do sai số $SSE = SSTO - SSK - SSA - SSB - SSAB$

Bậc tự do $df_E = df_{TO} - df_K - df_A - df_B - df_{AB}$

Khối được coi là một yếu tố hạn chế và thường giả thiết là nhân tố ngẫu nhiên

B- HAI NHÂN TỐ BỐ TRÍ KIỂU CHIA Ô (SPLIT-PLOT)

Trong thiết kế thí nghiệm có nhân tố phải thực hiện trên các ô có kích thước lớn như phương pháp làm đất, chế độ nước, công thức bón lót, cách phòng trừ sâu bệnh, thời vụ trồng. . . , có nhân tố có thể thực hiện trên ô nhỏ như giống, mật độ , . . .

Cũng có khi đang tiến hành thí nghiệm một nhân tố chúng ta lại muốn bổ sung vào thí nghiệm một nhân tố nữa.

Thí nghiệm chia ô nhằm đáp ứng hai lý do nêu trên và thường gồm r khối (mỗi khối là một lần lặp và được coi là yếu tố ngẫu nhiên), chia mỗi khối thành a ô lớn để bố trí a mức của nhân tố A (nhân tố thực hiện trên ô có kích thước lớn), mỗi ô lớn lại chia thành b ô nhỏ để bố trí b mức của nhân tố B (nhân tố thực hiện trên ô nhỏ, hoặc nhân tố chúng ta muốn bổ sung thêm vào thí nghiệm đang thực hiện đối với nhân tố A).

b1- Sắp xếp số liệu

Thí dụ: Thí nghiệm năng suất lúa với nhân tố A là ngày trồng D(ô lớn), nhân tố B giống V (ô nhỏ)

Khối I			Khối II			Khối III		
D2	D1	D3	D1	D2	D3	D1	D2	D3
V2	V1	V1	V4	V2	V4	V1	V3	V4
V3	V4	V3	V1	V3	V1	V3	V1	V2
V1	V2	V4	V3	V1	V2	V2	V2	V1
V4	V3	V2	V2	V4	V3	V4	V4	V2
TK ₁			TK ₂			TK ₃		

Sắp xếp số liệu thành bảng Nhân tố A x khối

Bảng Nhân tố A x khối (TA_{K_{i1}} A là ngày D, K là khối)

(Tổng theo các giống V)

	K ₁	K ₂	K ₃	TA _i
A ₁	TA ₁ K ₁	TA ₁ K ₂	TA ₁ K ₃	TA ₁
A ₂	TA ₂ K ₁	TA ₂ K ₂	TA ₂ K ₃	TA ₂
A ₃	TA ₃ K ₁	TA ₃ K ₂	TA ₃ K ₃	TA ₃
TK _j	TK ₁	TK ₂	TK ₃	ST

Sắp lại số liệu thành bảng hai nhân tố A, B

Bảng Nhân tố A x Nhân tố B (TAB_{ij} A là ngày D, B là giống V)

(Tổng theo các khối)

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	TA _i
A ₁	TA ₁ B ₁	TA ₁ B ₂	TA ₁ B ₃	TA ₁ B ₄	TA ₁
A ₂	TA ₂ B ₁	TA ₂ B ₂	TA ₂ B ₃	TA ₂ B ₄	TA ₂
A ₃	TA ₃ B ₁	TA ₃ B ₂	TA ₃ B ₃	TA ₃ B ₄	TA ₃
TB _j	TB ₁	TB ₂	TB ₃	TB ₄	ST

b2- Mô hình toán học

Gọi x_{ijk} là kết quả thí nghiệm tại mức A_i của nhân tố A, mức B_j của nhân tố B và tại khối k.

$$x_{ijk} = \mu + \gamma_k + \alpha_i + (\alpha\gamma)_{ik} + \beta_j + (\beta\gamma)_{jk} + (\alpha\beta)_{ij} + e_{ijk}$$

Trong đó μ là trung bình chung

γ_k là phần chênh lệch do tác động của khối k

α_i là chênh lệch do tác động của mức A_i của nhân tố A

$(\alpha\gamma)_{ik}$ là chênh lệch do tương tác giữa khối k và mức A_i ,

β_j là chênh lệch do tác động của mức B_j của nhân tố B

$(\alpha\beta)_{ij}$ là chênh lệch do tác động của tương tác A_iB_j

$(\beta\gamma)_{jk}$ là chênh lệch do tương tác giữa khối k và mức B_j .

(Thường bỏ qua tương tác này, tức là coi như mô hình không có tương tác khối * nhân tố B).

e_{ijk} là sai số được giả thiết độc lập, phân phối chuẩn $N(0, \sigma^2)$.

b3- Công thức tính (Chỉ đúng khi số lần lặp bằng nhau)

$$N = a \times b \times r$$

$$\text{Số điều chỉnh } G = ST^2/N$$

$$\text{Trung bình toàn bộ } y_{tb} = ST/n$$

$$SSTO = \sum \sum \sum x^2_{ijk} - G$$

$$SSK = \sum TK^2_k / ab - G$$

$$SSA = \sum TA^2_i / br - G$$

$$SSB = \sum TB^2_j / ar - G$$

$$SSAK = \sum \sum TAK^2_{ik} / b - G - SSA - SSK$$

$$SSAB = \sum \sum TAB^2_{ij} / r - G - SSA - SSB$$

(nếu có tương tác Khối * nhân tố B thì phải lập bảng hai chiều TBK_{jk} sau đó tính

$$SSBK = \sum \sum TBK^2_{jk} / a - G - SSB - SSK)$$

$$SSE = SSTO - SSK - SSA - SSAK - SSB - SSAB$$

(nếu có tương tác Khối * nhân tố B thì phải trừ thêm $SSBK$)

Bậc tự do:

$$dfTO = abr - 1 \quad dfK = r - 1 \quad dfA = a - 1 \quad dfAK = dfOL = (a - 1)(r - 1)$$

$$dfB = b - 1 \quad dfAB = (a - 1)(b - 1)$$

$$dfE = dfON = a(r - 1)(b - 1)$$

(Nếu có tương tác Khối * nhân tố B thì phải tính bậc tự do của tương tác

$dfBK = (b-1)(r-1)$ và tính lại bậc tự do $dfE = (a - 1)(b - 1)(r - 1)$))

Các bình phương trung bình

$$msK = SSK / dfK$$

$$msA = SSA / dfA$$

$$msAK = SSAK / dfAK = msOL = s^2_{OL}; \quad s_{OL} \text{ được dùng làm sai số ô lớn}$$

$$msB = SSB / dfB \quad msAB = SSAB / dfAB$$

$$msE = SSE / dfE = msON = s^2_{ON}; \quad s_{ON} \text{ là sai số ô nhỏ}$$

(Nếu có tương tác Khối * nhân tố B thì tính thêm $msBK = SSBK / dfBK$)

Các Ftn để kiểm định giả thiết

$$F_{tnA} = msA / msOL \quad \text{so với } F_{lA} = F(\alpha, dfA, dfOL)$$

$$F_{tnB} = msB / msON \quad \text{so với } F_{lB} = F(\alpha, dfB, dfON)$$

(Nếu có tương tác Khối * Nhân tố B thì $F_{tnB} = msB / msBK$ so với $F(\alpha, dfB, dfBK)$)

$$F_{tnAB} = msAB / msON \quad \text{so với } F_{lAB} = F(\alpha, dfAB, dfON)$$

Trường hợp không có tương tác Khối * nhân tố B thì bảng phân tích phương sai có dạng sau:

Bảng phân tích phương sai

Nguồn BD	df	SS	ms	F _{tn}	F _{lt}
Khối	r-1	SSK	msK		
Nhân tố A	a-1	SSA	msA	msA/msAK	F _{ltA}
Sai số ô lớn (Tương tác AK)	(a-1)(r-1)	SSAK	msAK	msAK= s ² OL	
Nhân tố B	b-1	SSB	msB	msB/msE	F _{ltB}
Tương tác AB	(a-1)(b-1)	SSAB	msAB	msAB/msE	F _{ltAB}
Sai số ô nhỏ	a(b-1)(r-1)	SSE	msE	msE= s ² ON	
Toàn bộ	n-1	SSTO			

b4- Kiểm định giả thiết

Nhân tố trên ô lớn là ngày trồng có 3 mức D₁, D₂, D₃

Giả thiết H_{0A}: “Các α_i bằng không”, đối thiết H_{1A}: “Có α_i khác không”.

So F_{tnA} với F_{ltA} để đưa ra kết luận.

Nhân tố trên ô nhỏ là giống có 4 mức V₁, V₂, V₃, V₄

Giả thiết H_{0B}: “Các β_j bằng không”, đối thiết H_{1B}: ” Có β_j khác không”

So F_{tnB} với F_{ltB} để đưa ra kết luận.

Đối với tương tác ngày trồng x giống

Giả thiết H_{0AB}: “ Không có tương tác giữa A và B”

Đối thiết H_{1AB}:” Có tương tác giữa A và B”

so F_{tnAB} với F_{ltAB} để đưa ra kết luận.

Các năng suất trung bình tại D₁, D₂, D₃ có sai số: $s_{yA} = \sqrt{\frac{msOL}{br}}$

Sai số khi so 2 trung bình $sd_A = \sqrt{msOL \times \frac{2}{br}}$

LSD khi so 2 trung bình $LSD_A = t(\alpha/2, dfOL) \times sd_A$

Các năng suất trung bình của 4 giống V₁, V₂, V₃, V₄ có sai số $s_{yB} = \sqrt{\frac{msON}{ar}}$

Sai số khi so 2 trung bình $sd_B = \sqrt{msON \times \frac{2}{ar}}$

LSD khi so 2 trung bình $LSD_B = t(\alpha/2, dfON) \times sd_B$

Các trung bình của công thức $A_i \times B_j$ có sai số

$$s_{yAB} = \sqrt{\frac{msON}{r}}$$

Sai số khi so trung bình của 2 công thức $A_i \times B_k$, $A_i \times B_l$ (2 công thức trên 2 ô nhỏ có cùng mức A_i của nhân tố A)

$$sd_{AB1} = \sqrt{msON \times \frac{2}{r}}$$

LSD khi so 2 trung bình $LSD_{AB1} = t(\alpha/2, dfON) \times sd_{AB1}$

Sai số khi so 2 trung bình của 2 công thức $A_i \times B_k$ và $A_j \times B_k$ hay $A_i \times B_k$ và $A_j \times B_l$ (2 công thức trên 2 ô nhỏ có mức A_i và A_j khác nhau của nhân tố A)

$$sd_{AB2} = \sqrt{\frac{2[(b-1)msON + msOL]}{br}}$$

LSD khi so 2 trung bình $LSD_{AB2} = t(\alpha/2, df_{AB2}) \times sd_{AB2}$

$$\text{Với } t(\alpha/2, df_{AB2}) = \frac{(b-1)msON \times t(\alpha/2, dfON) + msOL \times t(\alpha/2, dfOL)}{(b-1)msON + msOL}$$

Như vậy trong thí nghiệm hai nhân tố chia ô việc phân tích phức tạp hơn so với hai nhân tố trực giao và có 2 sai số thí nghiệm để kiểm định giả thiết, sai số ô lớn và sai số ô nhỏ, sai số ô lớn thường to nên việc kiểm định giả thiết đối với trung bình của nhân tố trên ô lớn kém chính xác hơn việc so trung bình của nhân tố trên ô nhỏ.

$$\text{Hệ số biến động trên ô lớn} \quad CV(A) = (se_{OL} / ytb) \times 100$$

$$\text{Hệ số biến động trên ô nhỏ} \quad CV(B) = (se_{ON} / ytb) \times 100$$

C- KIỂU BỐ TRÍ HAI NHÂN TỐ CHIA BĂNG (Strip plot hay criss cross)

Nếu hai nhân tố đòi hỏi phải bố trí trên các ô có diện tích lớn thì có thể bố trí kiểu chia băng. Việc phân tích phức tạp hơn bố trí trực giao và hai nhân tố có hai sai số khác nhau để ước lượng trung bình và so sánh các trung bình.

Thường bố trí khối ngẫu nhiên đầy đủ. Mỗi khối chia thành a băng (dải) dọc bố trí ngẫu nhiên a mức của nhân tố thứ nhất A. Chia khối thành b băng ngang bố trí ngẫu nhiên b mức của nhân tố thứ hai B. Việc bố trí ngẫu nhiên được thực hiện riêng cho từng khối. **Hai nhân tố đều giả thiết là cố định.**

c1- Sắp xếp số liệu

Nhân tố A bố trí trên băng dọc, nhân tố B bố trí trên băng ngang

Mỗi khối sẽ bắt thăm ngẫu nhiên để bố trí băng ngang và băng dọc.

Thí dụ khối 1:

A3	A2	A1	A5	A4
B2	B2	B2	B2	B2
B3	B3	B3	B3	B3
B4	B4	B4	B4	B4
B1	B1	B1	B1	B1

c2- Mô hình toán học

$$x_{ijk} = \mu + \gamma_k + \alpha_i + (\alpha\gamma)_{ik} + \beta_j + (\beta\gamma)_{jk} + (\alpha\beta)_{ij} + e_{ijk}$$

Trong đó μ là trung bình chung

γ_k là phần chênh lệch do tác động của khối k

α_i là chênh lệch do tác động của mức A_i của nhân tố A

$(\alpha\gamma)_{ik}$ là chênh lệch do tương tác giữa khối k và mức A_i

β_j là chênh lệch do tác động của mức B_j của nhân tố B

$(\beta\gamma)_{jk}$ là chênh lệch do tương tác giữa khối k và mức B_j

$(\alpha\beta)_{ij}$ là chênh lệch do tác động của tương tác A_iB_j

e_{ijk} là sai số được giả thiết độc lập, phân phối chuẩn $N(0, \sigma^2)$.

c3- Công thức tính (Chỉ đúng khi số lần lặp bằng nhau)

Lập 3 bảng 2 chiều

Bảng Tổng theo Nhân tố A và khối K, tổng theo nhân tố B và khối, tổng theo nhân tố A và nhân tố B

Bảng Nhân tố A x khối (TA_{K1})

(Tổng theo các B_j)

	K_1	K_2	K_3	TA_i
A_1	TA_1K_1	TA_1K_2	TA_1K_3	TA_1
A_2	TA_2K_1	TA_2K_2	TA_2K_3	TA_2
A_3	TA_3K_1	TA_3K_2	TA_3K_3	TA_3
A_4	TA_4K_1	TA_4K_2	TA_4K_3	TA_4
A_5	TA_5K_1	TA_5K_2	TA_5K_3	TA_5
TK_j	TK_1	TK_2	TK_3	ST

Bảng nhân tố B x khối (TBK_{jl})

(Tổng theo các A_i)

	K ₁	K ₂	K ₃	TA _i
B ₁	TB ₁ K ₁	TB ₁ K ₂	TB ₁ K ₃	TA ₁
B ₂	TB ₂ K ₁	TB ₂ K ₂	TB ₂ K ₃	TA ₂
B ₃	TB ₃ K ₁	TB ₃ K ₂	TB ₃ K ₃	TA ₃
B ₄	TB ₄ K ₁	TB ₄ K ₂	TB ₄ K ₃	TA ₄
TK _j	TK ₁	TK ₂	TK ₃	ST

Bảng Nhân tố A x Nhân tố B (TAB_{ij})

(Tổng theo các khối)

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	TA _i
A1	TA ₁ B ₁	TA ₁ B ₂	TA ₁ B ₃	TA ₁ B ₄	TA ₁
A2	TA ₂ B ₁	TA ₂ B ₂	TA ₂ B ₃	TA ₂ B ₄	TA ₂
A3	TA ₃ B ₁	TA ₃ B ₂	TA ₃ B ₃	TA ₃ B ₄	TA ₃
TB _j	TB ₁	TB ₂	TB ₃	TB ₄	ST

$$N = a \times b \times r$$

$$\text{Số điều chỉnh } G = ST^2/N$$

$$\text{Trung bình toàn bộ } y_{tb} = ST/n$$

$$SSTO = \sum \sum \sum x^2_{ijk} - G$$

$$SSK = \sum TK_k^2/ab - G$$

$$SSA = \sum TA_i^2/br - G$$

$$SSB = \sum TB_j^2/ar - G$$

$$SSAK = \sum \sum TAK_{ik}^2/b - G - SSA - SSK$$

$$SSAB = \sum \sum TAB_{ij}^2/r - G - SSA - SSB$$

$$SSBK = \sum \sum TBK_{jl}^2/a - G - SSB - SSK$$

$$SSE = SSTO - SSK - SSA - SSAK - SSB - SSBK - SSAB$$

Các bậc tự do

$$dfTO = abr - 1 \quad dfK = r - 1$$

$$dfA = a - 1 \quad dfAK = (a - 1)(r - 1) \text{ bậc tự do của bảng dọc}$$

$$dfB = b - 1 \quad dfBK = (b - 1)(r - 1) \text{ bậc tự do của bảng ngang}$$

$$dfAB = (a - 1)(b - 1) \quad dfE = (a - 1)(r - 1)(b - 1)$$

Các bình phương trung bình

$$msK = SSK/dfK$$

$$msA = SSA/dfA$$

$msAK = SSAK / dfAK = s^2_{BD}$ s_{BD} được dùng làm sai số bằng dọc

$msB = SSB / dfB$

$msBK = SSBK / dfBK = s^2_{BN}$ s_{BN} được dùng làm sai số bằng ngang

$msAB = SSAB / dfAB$

$msE = SSE / dfE = s^2_e$ s_e là sai số còn lại được dùng làm sai số cho tương tác AB

$F_{tnA} = msA / msAK$; $F_{tnB} = msB / msBK$; $F_{tnAB} = msAB / msE$

c4- Kiểm định giả thiết

Giả thiết H_{0A} : “Giả thiết H_{0A} : “Các α_i bằng không”, đối thiết H_{1A} : “Có α_i khác không”. So F_{tnA} với ngưỡng $F_{lA} = F(\alpha, dfA, dfAK)$ để rút ra kết luận.

Giả thiết H_{0B} : “Các β_j bằng không”, đối thiết H_{1B} : “Có β_j khác không”

So F_{tnB} với ngưỡng $F_{lB} = F(\alpha, dfB, dfBK)$ để rút ra kết luận.

Đối với tương tác AB

Giả thiết H_{0AB} : “ Không có tương tác giữa A và B”

Đối thiết H_{1AB} : “ Có tương tác giữa A và B”

so F_{tnAB} với ngưỡng $F_{lAB} = F(\alpha, dfAB, dfE)$ để rút ra kết luận.

c5- So sánh các trung bình

Trung bình của mức A_i của nhân tố A $\bar{y}_{Ai} = TA_i / br$ có sai số $\sqrt{\frac{msAK}{br}}$

Hiệu 2 trung bình của 2 mức A_i và A_j $\bar{y}_{Ai} - \bar{y}_{Aj}$ có sai số $\sqrt{\frac{2msAK}{br}}$

Nhân với $t(\alpha/2, dfAK)$ được LSD

Trung bình của mức B_j của nhân tố B $\bar{y}_{Bj} = TB_j / ar$ có sai số $\sqrt{\frac{msBK}{ar}}$

Hiệu 2 trung bình của 2 mức B_i và B_j $\bar{y}_{Bi} - \bar{y}_{Bj}$ có sai số $\sqrt{\frac{2msBK}{ar}}$

Nhân với $t(\alpha/2, dfBK)$ được LSD

Trung bình của công thức AB_{ij} $\bar{y}_{ij} = TAB_{ij} / r$ có sai số $\sqrt{\frac{msE}{r}}$

Hiệu của 2 trung bình của 2 công thức khác mức A nhưng cùng mức B

$$\bar{y}_{AiBk} - \bar{y}_{AjBk} \text{ có sai số } \sqrt{\frac{2[(b-1)msE + msAK]}{br}}$$

$$\text{Nhân với } t = \frac{(b-1)msE.t(\alpha/2, dfE) + msAK.t(\alpha/2, dfAK)}{(b-1)msE + msAK} \text{ được LSD}$$

Hiệu của 2 trung bình của 2 công thức cùng mức A nhưng khác mức B

$$\bar{y}_{AiBk} - \bar{y}_{AiBl} \text{ có sai số } \sqrt{\frac{2[(a-1)msE + msBK]}{ar}}$$

$$\text{Nhân với } t = \frac{(a-1)msE.t(\alpha/2, dfE) + msBK.t(\alpha/2, dfBK)}{(a-1)msE + msBK} \text{ được LSD}$$

D- Hai nhân tố phân cấp (Nested hay Hierarchical)

d1- Sắp xếp số liệu

Giả sử A có 4 mức, B có 3 mức lặp lại 5 lần

A ₁			A ₂			A ₃			A ₄		
B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	B ₇	B ₈	B ₉	B ₁₀	B ₁₁	B ₁₂
V1	V2	V3	V1	V2	V3	V1	V2	V3	V1	V2	V3
X ₁₁₁	X ₁₂₁	X ₁₃₁	X ₂₁₁	X ₂₂₁	X ₂₃₁	X ₃₁₁	X ₃₂₁	X ₃₃₁	X ₄₁₁	X ₄₂₁	X ₄₃₁
X ₁₁₂	X ₁₂₂	X ₁₃₂	X ₂₁₂	X ₂₂₂	X ₂₃₂	X ₃₁₂	X ₃₂₂	X ₃₃₂	X ₄₁₂	X ₄₂₂	X ₄₃₂
X ₁₁₃	X ₁₂₃	X ₁₃₃	X ₂₁₃	X ₂₂₃	X ₂₃₃	X ₃₁₃	X ₃₂₃	X ₃₃₃	X ₄₁₃	X ₄₂₃	X ₄₃₃
X ₁₁₄	X ₁₂₄	X ₁₃₄	X ₂₁₄	X ₂₂₄	X ₂₃₄	X ₃₁₄	X ₃₂₄	X ₃₃₄	X ₄₁₄	X ₄₂₄	X ₄₃₄
X ₁₁₅	X ₁₂₅	X ₁₃₅	X ₂₁₅	X ₂₂₅	X ₂₃₅	X ₃₁₅	X ₃₂₅	X ₃₃₅	X ₄₁₅	X ₄₂₅	X ₄₃₅
T ₁₁	T ₁₂	T ₁₃	T ₂₁	T ₂₂	T ₂₃	T ₃₁	T ₃₂	T ₃₃	T ₄₁	T ₄₂	T ₄₃
TA1			TA2			TA3			TA4		

Mỗi mức của A ghép với 3 mức của B do đó có tất cả 12 mức B (B1 – B12) nhưng trong bảng chúng ta ghi lại mỗi mức A ghép với 3 mức B và ghi là V1, V2, V3 như vậy i= 4, j = 3, r = 5.

d2- Mô hình toán học

Gọi x_{ijk} là kết quả thí nghiệm tại mức A_i của nhân tố A, mức B_j của nhân tố B và lần lặp k .

$$x_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_{j(i)} + e_{ijk}$$

μ là trung bình chung, α_i là phần chênh lệch so với trung bình chung do tác động của mức A_i của nhân tố A, $\beta_{j(i)}$ là phần chênh lệch so với trung bình của mức A_i do tác động

của mức B_j của nhân tố B tại mức i của nhân tố A, e_{ijk} là sai số ngẫu nhiên, giả thiết độc lập, phân phối chuẩn $N(0, \sigma^2)$.

d3- Công thức tính (Chỉ đúng khi số lần lặp bằng nhau)

Nhân tố A có a mức, mỗi mức của nhân tố A ghép với b mức của B, mỗi tổ hợp $A_i B_j$ lặp lại r lần.

$$N = a \times b \times r \quad \text{Số điều chỉnh } G = ST^2/N$$

Trung bình toàn bộ **ytb** = ST/n

Tính tổng các x_{ijk} trong từng cột ij gọi là TAB_{ij} (viết tắt là T_{ij})

Tính tổng tất cả các x_{ijk} ứng với mức A_i gọi là TA_i

Tóm tắt các công thức tính vào bảng phân tích phương sai

Bảng phân tích phương sai

Nguồn biến động	Bậc tự do Df	Tổng bình phương SS	Bình phương trung bình mS
Nhân tố A	dfA = (a-1)	$SSA = \sum_{i=1}^a \frac{TA_i^2}{br} - G$	msA = SSA / dfA
Nhân tố B	dfB = a(b-1)	$SSB = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{TAB_{ij}^2}{r} - G$	msB = SSB / dfB
Sai số e	dfE = ab(r-1)	$SSE = \sum \sum \sum x_{ijk}^2 - \sum \sum \frac{TAB_{ij}^2}{r}$	msE = SSE / dfE
Toàn bộ	dfTO = abr-1	$SSTO = \sum \sum \sum x_{ijk}^2 - G$	

Thường trong mô hình phân cấp hai nhân tố A, B là nhân tố ngẫu nhiên hoặc A là nhân tố cố định còn B là nhân tố ngẫu nhiên, do đó trong bảng phân tích phương sai có thêm cột tính kỳ vọng của các bình phương trung bình EMS. Nhìn vào cột này có thể thấy rõ việc chọn kiểm định F và tính được các thành phần phương sai.

Thí dụ Nhân tố A cố định có 5 mức, nhân tố B ngẫu nhiên có 4 mức, lặp lại 4 lần

$$a = 5, b = 4, r = 4, n = 5 \cdot 4 \cdot 4 = 80$$

Biến ngẫu nhiên B được giả thiết phân phối chuẩn $N(0, \sigma_B^2)$.

Bảng phân tích phương sai

Nguồn	Df	SS	mS	EMS	Ftn	Flt
A	4	SSA	msA	$\sigma_e^2 + 4 \sigma_B^2 + 16 \varnothing_A$		
B	15	SSB	msB	$\sigma_e^2 + 4 \sigma_B^2$		
Sai số	60	SSE	msE	σ_e^2		
Toàn bộ	69	SSTO				

$\varnothing_A$ là một tổng phụ thuộc vào các α_i . Nếu giả thiết H_{0A} đúng tức là tất cả các α_i bằng không thì $\varnothing_A = 0$ do đó để kiểm định giả thiết H_{0A} phải chọn $F_{\text{tnA}} = \text{msA} / \text{msB}$ rồi so với ngưỡng $F_{\text{ltA}} = F(\alpha, \text{dfA}, \text{dfB})$.

Từ 2 dòng B và sai số có thể tìm ra ước lượng của σ_e^2 và σ_B^2

msE là ước lượng của σ_e^2 còn $\frac{(\text{msB} - \text{msE})}{4}$ là ước lượng của σ_B^2

II- XỬ LÝ TRONG SPSS

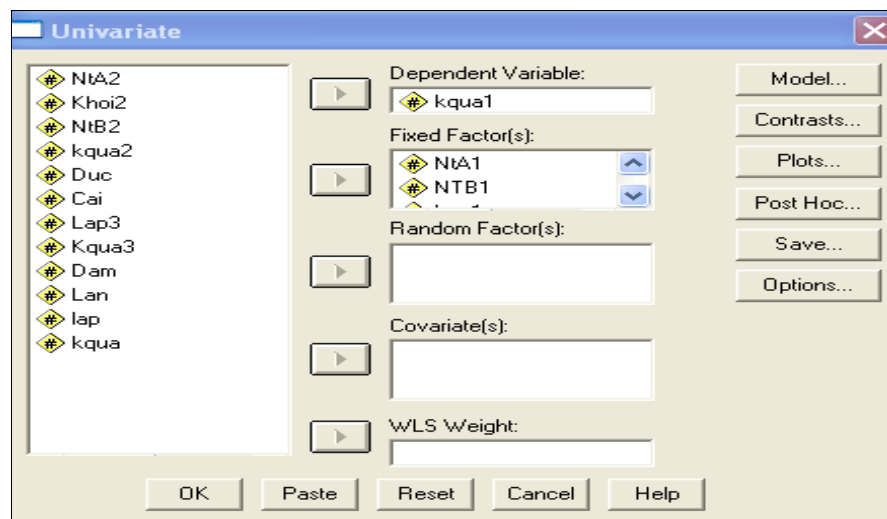
A- Phân tích phương sai hai nhân tố chéo nhau (Crossed Design)

Mở tệp Baitap6. Phân tích phương sai hai nhân tố chéo nhau kiểu bố trí CRD

General linear Model. Univariate Dependent List : kqua1

Fixed factor: NTA1, NTB1, Lap1

Model: Custom đưa NTA1, NTB1 và tương tác NTA1*NTB1 (Chọn NTA1, NTB1 rồi nháy vào interaction) sang Model.



Univariate: Model

Specify Model
☐ Full factorial ☒ Custom

Factors & Covariates:
 NtA1(F)
 NTB1(F)
 Lap1(F)

Build Term(s)

 Interaction

Model:
 NtA1
 NTB1
 NTB1*NtA1

Sum of squares: Type III ☐ Include intercept in model

Univariate: Options

Estimated Marginal Means
 Factor(s) and Factor Interactions:
 (OVERALL)
 NtA1
 NTB1
 NTB1*NtA1

Display Means for:

☐ Compare main effects
 Confidence interval adjustment:
 LSD (none)

Display
☒ Descriptive statistics
☐ Estimates of effect size
☐ Observed power
☐ Parameter estimates
☐ Contrast coefficient matrix
☒ Homogeneity tests
☐ Spread vs. level plot
☐ Residual plot
☐ Lack of fit
☐ General estimable function

Significance level: .05 Confidence intervals are 95%

Univariate: Post Hoc Multiple Comparisons for Observed Means

Factor(s):
 NtA1
 NTB1

Post Hoc Tests for:
 NtA1
 NTB1

Equal Variances Assumed
☒ LSD ☐ S-N-K ☐ Waller-Duncan
☐ Bonferroni ☐ Tukey
☐ Sidak ☒ Tukey's-b
☐ Scheffe ☒ Duncan
☐ R-E-G-W F ☐ Hochberg's GT2
☐ R-E-G-W Q ☐ Gabriel

Type I/Type II Error Ratio: 100
 Control Category: Last
 Test: ☒ 2-sided ☐ < Control ☐ > Control

Equal Variances Not Assumed
☐ Tamhane's T2 ☐ Dunnett's T3 ☐ Games-Howell ☐ Dunnett's C

Kết quả được các thống kê đối với NTA1 và NTB1 và bảng phân tích phương sai

Between-Subjects Factors		
		N
NTA1	1	12
	2	12
NTB1	1	8
	2	8
	3	8

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: kqua1

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	3374.532(a)	5	674.906	86.160	.000
Intercept	32553.300	1	32553.300	4155.814	.000
NtA1	1956.620	1	1956.620	249.786	.000
NTB1	950.331	2	475.165	60.660	.000
NtA1 * NTB1	467.581	2	233.790	29.846	.000
Error	140.998	18	7.833		
Total	36068.830	24			
Corrected Total	3515.530	23			

a. R Squared = .960 (Adjusted R Squared = .949)

So sánh các trung bình của nhân tố A1 và nhân tố B1(Post hoc test)

Homogeneous Subsets

kqua1					
NTB1		N	Subset		
			1	2	3
Tukey B ^{a,b}	1	8	28.750		
	2	8		37.638	
	3	8			44.100
Duncan ^{a,b}	1	8	28.750		
	2	8		37.638	
	3	8			44.100
	Sig.		1.000	1.000	1.000

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

Based on Type III Sum of Squares

The error term is Mean Square(Error) = 7.833.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 8.000.

b. Alpha = .05.

Warnings

Post hoc tests are not performed for NtA1 because there are fewer than three groups.

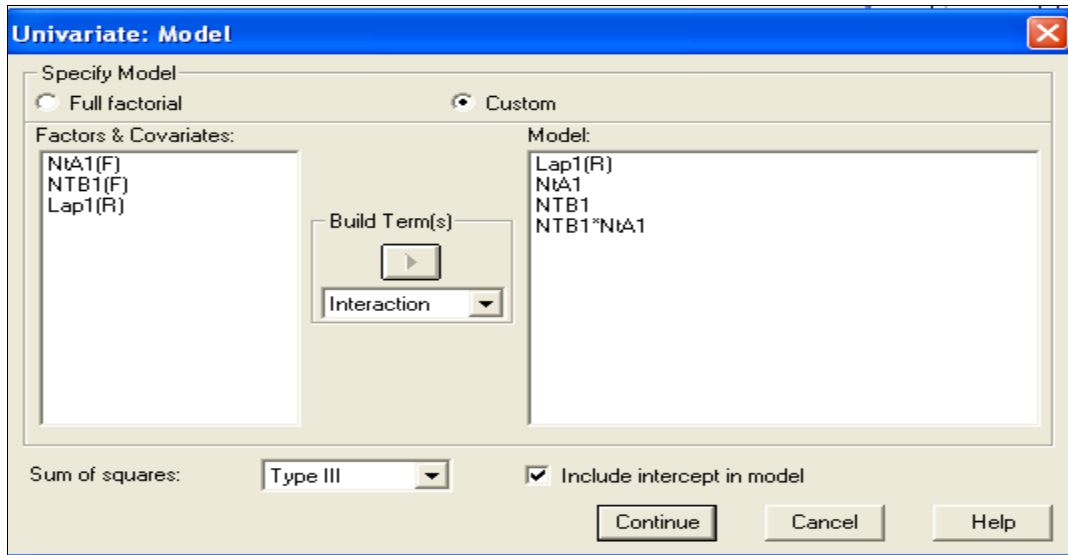
Nếu khai báo lap1 là random factor thì kết quả không có gì khác

Phân tích phương sai hai nhân tố chéo nhau kiểu bố trí CRD

General linear Model. Univariate Dependent List : kqua1

Fixed factor: NTA1, NTB1, Random factor : Lap1

Model: Custom đưa Lap1, NTA1, NTB1 và tương tác NTA1*NTB1 (Chọn NTA1, NTB1 rồi nhảy vào interaction) sang Model.



Các option và Post Hoc test như cũ sẽ được bằng phân tích phương sai khác, trong đó có thêm tổng bình phương do khối (ở đây gọi là Lap1) do đó sẽ làm thay đổi dòng sai số và kéo theo các thay đổi trong các kiểm định F

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: kqua1

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Intercept	Hypothesis	32553.300	1	32553.300	4539.242	.000
	Error	21.515	3	7.172(a)		
Lap1	Hypothesis	21.515	3	7.172	.900	.464
	Error	119.483	15	7.966(b)		
NtA1	Hypothesis	1956.620	1	1956.620	245.636	.000
	Error	119.483	15	7.966(b)		
NTB1	Hypothesis	950.331	2	475.165	59.653	.000
	Error	119.483	15	7.966(b)		
NtA1 *	Hypothesis	467.581	2	233.790	29.350	.000
NTB1	Error	119.483	15	7.966(b)		

a MS(Lap1)

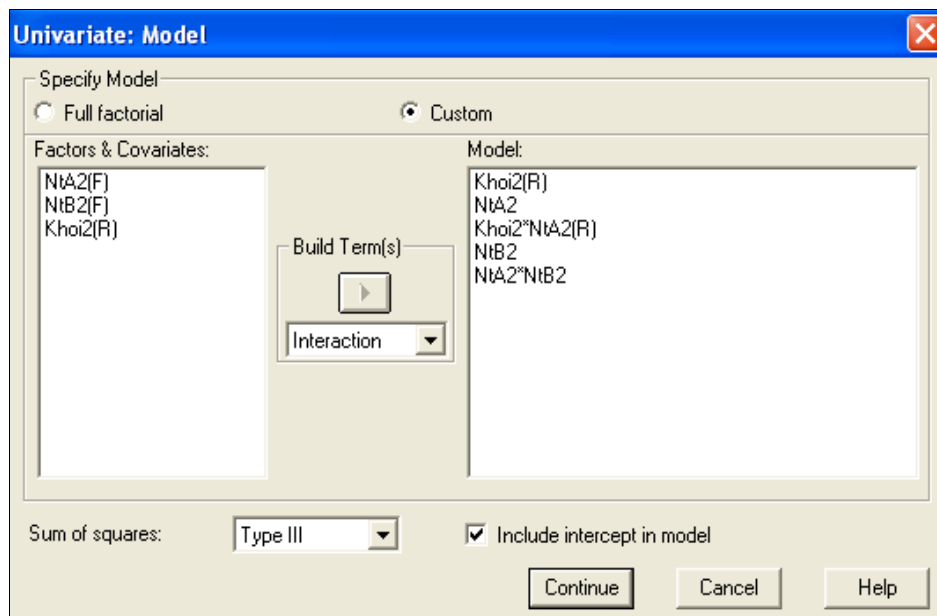
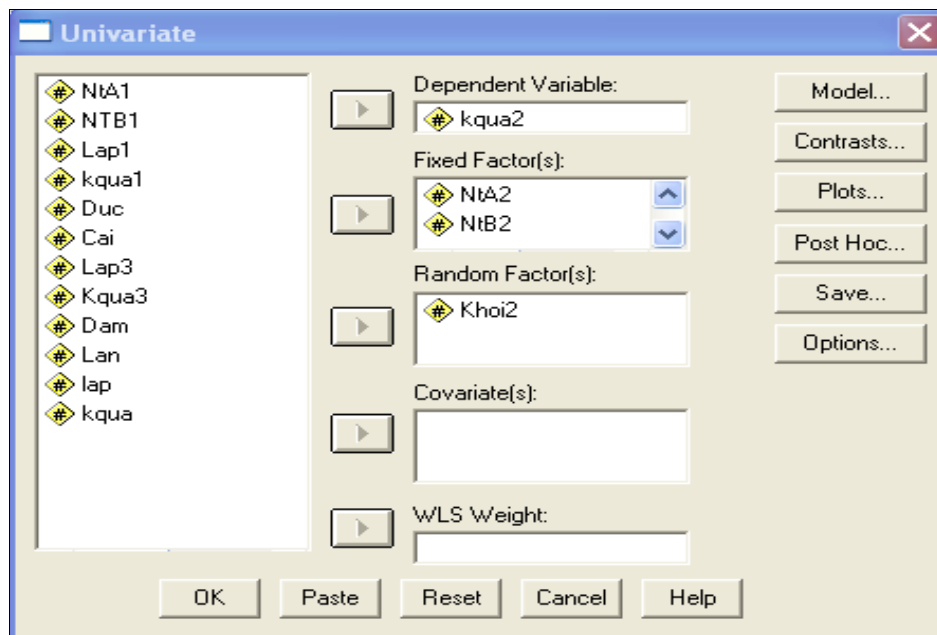
b MS(Error)

B- Phân tích phương sai hai nhân tố chia ô (Split plot design)

General linear model. Univariate. Đưa kqua2 vào Dependent Variable

Đưa NtA2, NTB2 vào Fixed factor, khio2 vào random factor

Trong Model chọn Custom rồi đưa Khio2 , NtA2 , Khio2*NtA2 ,NTB2, NtA2*NTB2



Univariate: Post Hoc Multiple Comparisons for Observed Means

Factor(s):
 NtA2
 NtB2

Post Hoc Tests for:
 NtA2
 NtB2

Continue
 Cancel
 Help

Equal Variances Assumed

☒ LSD ☐ S-N-K ☐ Waller-Duncan
☐ Bonferroni ☐ Tukey Type I/Type II Error Ratio: 100
☐ Sidak ☒ Tukey's-b ☐ Dunnett
☐ Scheffe ☒ Duncan Control Category: Last
☐ R-E-G-W F Test:
☒ 2-sided ☐ < Control ☐ > Control
☐ R-E-G-W Q ☐ Hochberg's GT2
☐ Gabriel

Equal Variances Not Assumed

☐ Tamhane's T2 ☐ Dunnett's T3 ☐ Games-Howell ☐ Dunnett's C

Warnings

Post hoc tests are not performed for NtA2 because there are fewer than three groups.

Tests of Between-Subjects Effects						
Dependent Variable: kqua2						
Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Intercept	Hypothesis	10304.470	1	10304.470	2620.058	.000
	Error	7.866	2	3.933 ^a		
Khoi2	Hypothesis	7.866	2	3.933	1.562	.390
	Error	5.036	2	2.518 ^b		
NtA2	Hypothesis	262.020	1	262.020	104.062	.009
	Error	5.036	2	2.518 ^b		
NtA2 *	Hypothesis	5.036	2	2.518	4.174	.042
Khoi2	Error	7.238	12	.603 ^c		
NtB2	Hypothesis	215.261	3	71.754	118.956	.000
	Error	7.238	12	.603 ^c		
NtA2 *	Hypothesis	18.698	3	6.233	10.333	.001
NtB2	Error	7.238	12	.603 ^c		

a. MS(Khoi2)
 b. MS(NtA2 * Khoi2)
 c. MS(Error)

Expected Mean Squares ^{a,b}				
Source	Variance Component			
	Var(Khoi2)	Var(NtA2 * Khoi2)	Var(Error)	Quadratic Term
Intercept	8.000	4.000	1.000	Intercept, NtA2, NtB2, NtA2 * NtB2
Khoi2	8.000	4.000	1.000	
NtA2	.000	4.000	1.000	NtA2, NtA2 * NtB2
NtA2 * Khoi2	.000	4.000	1.000	
NtB2	.000	.000	1.000	NtB2, NtA2 * NtB2
NtA2 * NtB2	.000	.000	1.000	NtA2 * NtB2
Error	.000	.000	1.000	

a. For each source, the expected mean square equals the sum of the coefficients in the cells times the variance components, plus a quadratic term involving effects in the Quadratic Term cell.

b. Expected Mean Squares are based on the Type III Sums of Squares.

Homogeneous Subsets

kqua2					
NtB2	N	Subset			
		1	2	3	4
Tukey B ^{a,b}	1	16.383			
	2		19.583		
	4			22.833	
	3				24.083
Duncan ^{a,b}	1	16.383			
	2		19.583		
	4			22.833	
	3				24.083
Sig.		1.000	1.000	1.000	1.000

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

Based on Type III Sum of Squares

The error term is Mean Square(Error) = .603.

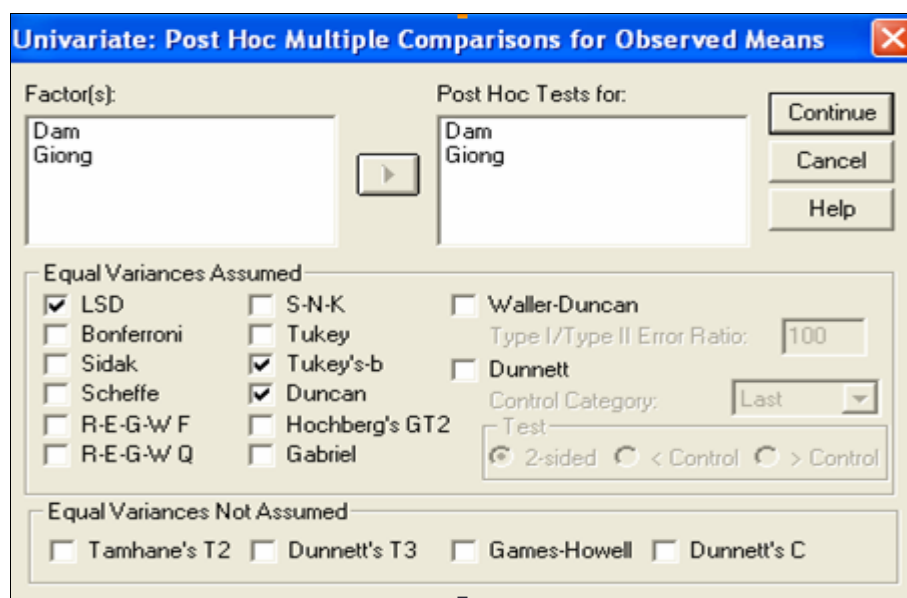
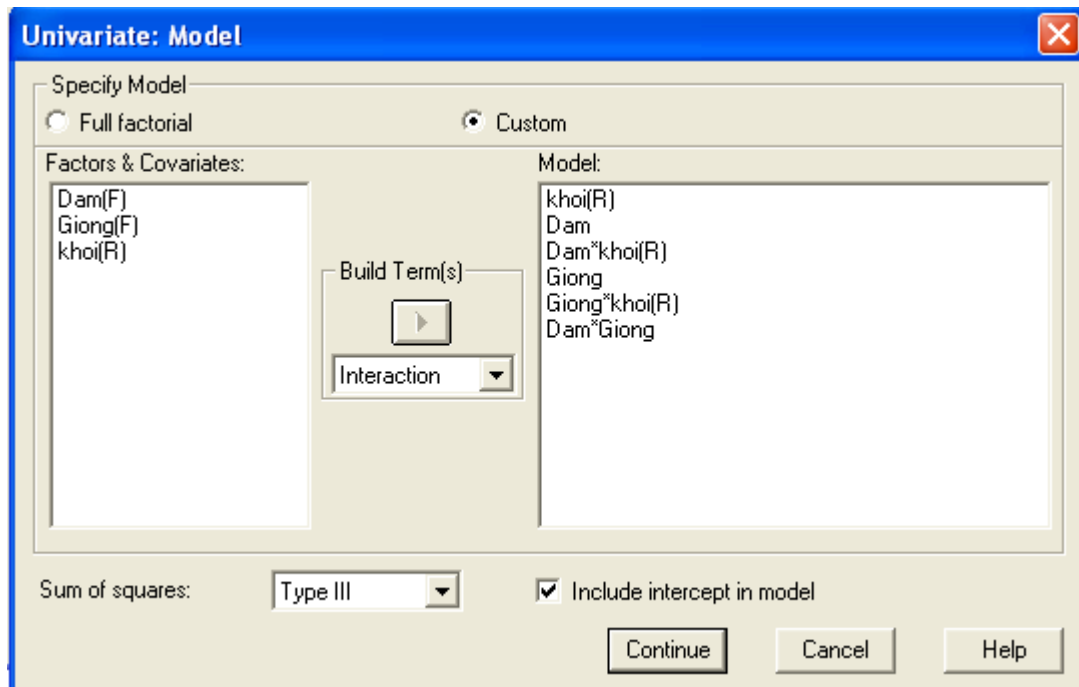
a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 6.000.

b. Alpha = .05.

C- Phân tích phương sai hai nhân tố chia bằng (Strip plot)

General linear model. Univariate. Chọn kqua vào Dependent variable, chọn Dam và Giong vào Fixed factor, khoi vào Random factor.

Trong Model chọn Khoi, Dam, Dam*Khoi, Giong, Giong*Khoi, Dam*Giong
Post Hoc chọn Dam và Giong Kiểm định theo LSD, Tukey và Duncan



Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: kqua

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Intercept	1511.110	1	1511.110	327.755	.003
Hypothesis Error	9.221	2	4.610(a)		
khoi	9.221	2	4.610	2.527	.135
Error	16.435	9.009	1.824(b)		
Dam	50.676	2	25.338	34.069	.003
Error	2.975	4	.744(c)		
Dam * khoi	2.975	4	.744	1.807	.167
Error	8.233	20	.412(d)		
Giong	57.100	5	11.420	7.653	.003
Error	14.923	10	1.492(e)		
Giong * khoi	14.923	10	1.492	3.625	.007
Error	8.233	20	.412(d)		
Dam * Giong	23.878	10	2.388	5.801	.000
Error	8.233	20	.412(d)		

- a MS(khoi)
- b MS(Dam * khoi) + MS(Giong * khoi) - MS(Error)
- c MS(Dam * khoi)
- d MS(Error)
- e MS(Giong * khoi)

Homogenous subsets

kqua						
Giong	N	Subset				
		1	2	3	4	
Tukey B ^{a,b}	6	9	3.13789			
	5	9		5.24900		
	1	9		5.41722	5.41722	
	4	9		5.56900	5.56900	
	3	9		6.08011	6.08011	
	2	9		6.28644		
Duncan ^{a,b}	6	9	3.13789			
	5	9		5.24900		
	1	9		5.41722		
	4	9		5.56900	5.56900	
	3	9		6.08011	6.08011	6.08011
	2	9			6.28644	6.28644
Sig.			1.000	.329	.107	.503

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.
Based on Type III Sum of Squares
The error term is Mean Square(Error) = .412.

- a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 9.000.
- b. Alpha = .05.

Homogeneous Subsets

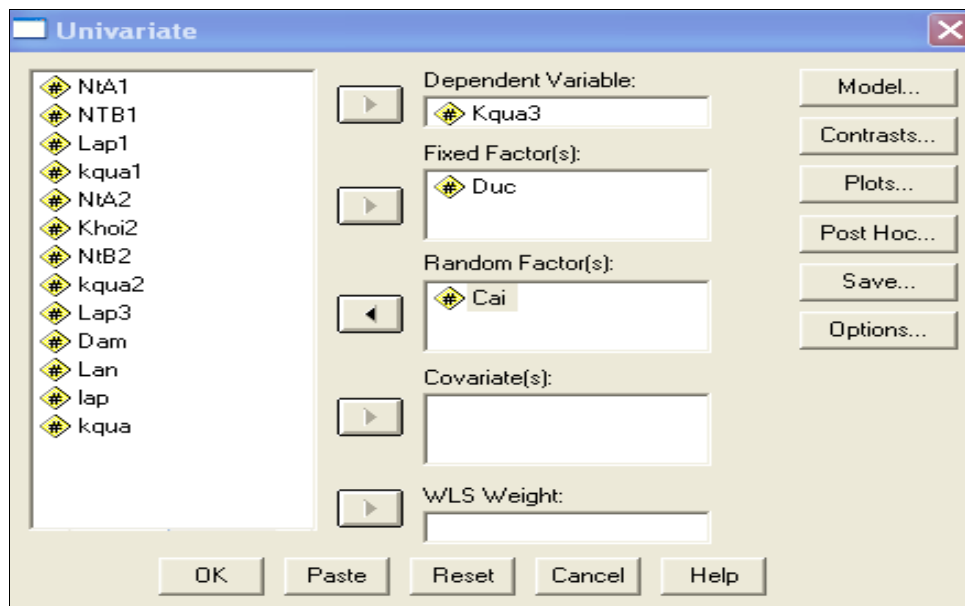
kqua				
Dam	N	Subset		
		1	2	3
Tukey B ^{a,b}	1	18	4.02061	
	2	18		5.47822
	3	18		6.37100
Duncan ^{a,b}	1	18	4.02061	
	2	18		5.47822
	3	18		6.37100
Sig.		1.000	1.000	1.000

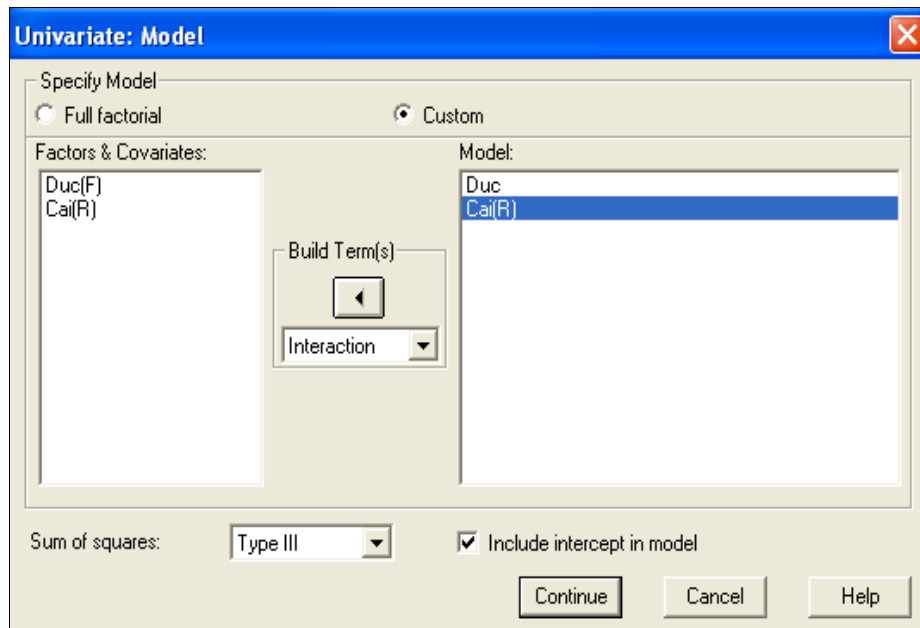
Means for groups in homogeneous subsets are displayed.
 Based on Type III Sum of Squares
 The error term is Mean Square(Error) = .412.
 a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 18.000.
 b. Alpha = .05.

D- Phân tích phương sai hai nhân tố phân cấp (Nested hay Hierarchical design)

General linear model. Univariate. Chọn kqua3 trong Dependent variable.

Đưa Duc vào Fixed factor, Cai vào Random factor.

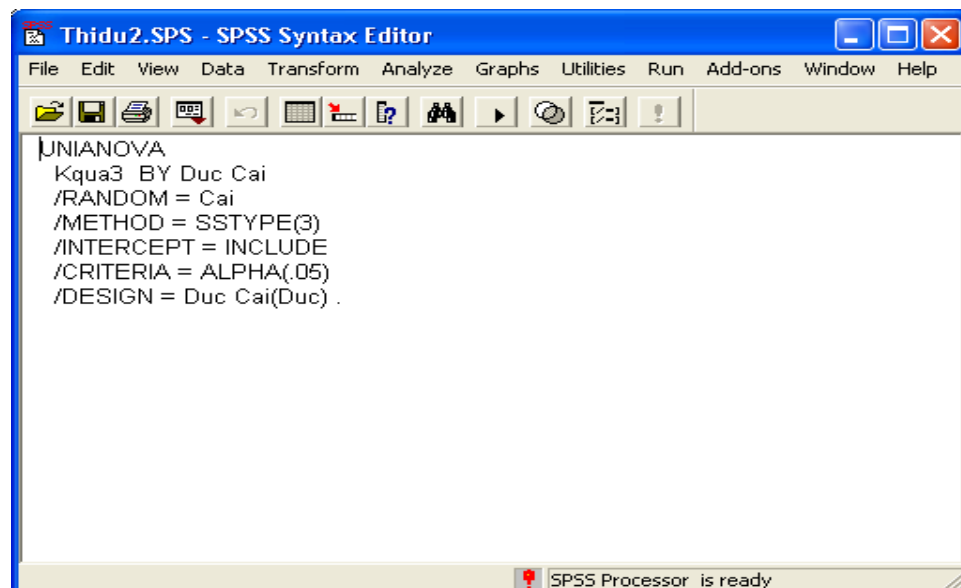




Trong Model chọn Duc, Cai

Trong Post Hoc chọn Duc sau đó chọn LSD, Tukey, Duncan

Vào Paste save Syntax vào một tệp bỏ bớt Post Hoc và chừa lại Cai
(Duc) rồi RUN



Kết quả như sau:

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: Kqua3

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Intercept	Hypothesis	106560.027	1	106560.027	557.362	.000
	Error	1720.678	9	191.186 ^a		
Duc	Hypothesis	665.676	2	332.838	1.741	.230
	Error	1720.678	9	191.186 ^a		
Cai(Duc)	Hypothesis	1720.678	9	191.186	146.878	.000
	Error	15.620	12	1.302 ^b		

a. MS(Cai(Duc))

b. MS(Error)

Expected Mean Squares^{a,b}

Source	Variance Component		
	Var(Cai(Duc))	Var(Error)	Quadratic Term
Intercept	2.000	1.000	Intercept, Duc
Duc	2.000	1.000	Duc
Cai(Duc)	2.000	1.000	
Error	.000	1.000	

a. For each source, the expected mean square equals the sum of the coefficients in the cells times the variance components, plus a quadratic term involving effects in the Quadratic Term cell.

b. Expected Mean Squares are based on the Type III Sums of Squares.

Homogeneous Subsets

Kqua3

Duc	N	Subset		
		1	2	3
Tukey B ^{a,b}	2	59.963		
	3		67.100	
	1			72.838
Duncan ^{a,b}	2	59.963		
	3		67.100	
	1			72.838
Sig.		1.000	1.000	1.000

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

Based on Type III Sum of Squares

The error term is Mean Square(Error) = 1.302.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 8.000.

b. Alpha = .05.